

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

<b>Predmet:</b>	Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra - PAP
<b>Course title:</b>	Ordinary differential equations and linear algebra - PAP
<b>Članica nosilka/UL Member:</b>	UL FS

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri
Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni	Ni členitve (študijski program)	1. letnik	2. semester

**Univerzitetna koda predmeta/University course code:** 0562662

**Koda učne enote na članici/UL Member course code:** 3007-V

Predavanja	Seminar	Vaje	Klinične vaje	Druge oblike študija	Samostojno delo	ECTS
45		45			35	5

**Nosilec predmeta/Lecturer:** Aljoša Peperko, Boštjan Gabrovšek, Janez Žerovnik

**Vrsta predmeta/Course type:** Obvezni splošni predmet/Compulsory general course

<b>Jeziki/Languages:</b>	Predavanja/Lectures:	Slovenščina
	Vaje/Tutorial:	Slovenščina

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:** **Prerequisites:**

-	-
---	---

### Vsebina:

Navadne diferencialne enačbe

- Osnovni pojmi.
  - Modeliranje z diferencialnimi enačbami. Primeri navadnih diferencialnih enačb. Grafična metoda. Enačba z ločljivima spremenljivkama.
- Metoda integrirajočih množiteljev.
  - Linearne diferencialne enačbe 1.reda. Homogene in nehomogene enačbe. Splošna metoda za reševanje linearne enačbe prvega reda.
- Aplikacije.
  - Populacijska dinamika. Bernoullijeva enačba. Homogene enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti. Karakteristična kvadratna enačba.

### Content (Syllabus outline):

Ordinary differential equations.

- Basics.
  - Modelling with differential equations. Examples of ordinary differential equations. Graphical method. Separable ordinary differential equations.
- Integrating factors.
  - Linear differential equations of first order. Homogeneous and nonhomogeneous equations. General method for solving a linear differential equation of first order.
- Applications.
  - Population dynamics. Bernoulli equation. Homogeneous linear differential equations of second

<p>4. Nehomogene enačbe drugega reda.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Metode za reševanje nehomogenih linearnih diferencialnih enačb drugega reda: variacija konstant, metoda nedoločenih koeficientov.</li> </ul> <p>5. Primeri iz fizike in tehnike.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- asno-vzmetni sistemi. Vsiljene oscilacije. Resonanca. Euler-Cauchyjeve enačbe.</li> </ul> <p>6. Prevedba preprostih sistemov linearnih diferencialnih enačb na linearno diferencialno enačbo drugega reda.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Uporaba Laplaceove transformacije za reševanje linearnih sistemov diferencialnih enačb. Uporaba na fizikalnih primerih.</li> </ul> <p>Linearna algebra; vektorji in matrike</p> <p>7. Koordinatni sistem v prostoru (kartezične, polarne, sferične, valjaste, naravne koordinate).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definicija vektorja. Osnovne operacije v brezkoordinatnem in koordinatnem zapisu.</li> </ul> <p>8. Standardna ortonormirana baza.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Linearna neodvisnost vektorjev in baza prostora. Skalarni in vektorski produkt. Osnovne lastnosti produktov. Fizikalni pomen produktov in uporaba za računanje kotov, navorov, ploščin.</li> </ul> <p>9. Mešani produkt, determinante reda 3, prostornine.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dvakratni vektorski produkt. Enačbi ravnine in premice v prostoru.</li> </ul> <p>10. Uporaba enačb ravnine in premice za računanje razdalj med geometrijskimi objekti (razdalja med točko in premico, med točko in ravnino, med dvema premicama) in za reševanje drugih geometrijskih nalog.</p> <p>11. Matrike in osnovne operacije.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Seštevanje matrik, množenje matrike s številom, množenje matrik. Determinante. Osnovne lastnosti determinante.</li> </ul> <p>12. Inverzne matrike.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Karakterizacija obrnljivih matrik. Reševanje matričnih enačb. Sistemi linearnih enačb. Zapis sistema enačb v obliki matrične enačbe.</li> </ul> <p>13. Gaussov postopek.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analiza rešljivosti sistema enačb. Računanje inverzne matrike z Gaussovim postopkom. Cramerjev izrek o rešitvah enolično rešljivega sistema linearnih enačb.</li> </ul> <p>14. Lastni vektorji in lastne vrednosti matrik.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Metoda za računanje lastnih vrednosti in lastnih vektorjev.</li> </ul> <p>Linearni sistemi diferencialnih enačb 1.reda</p> <p>15. Linearni sistemi diferencialnih enačb kot modeli v inženirstvu.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Splošna rešitev. Metoda lastnih vrednosti in lastnih vektorjev za homogene sisteme 1.reda s konstantnimi koeficienti. Partikularna rešitev nehomogenega sistema.</li> </ul>	<p>order with constant coefficients. Characteristic square equation.</p> <p>4. Nonhomeogenous linear differential equations of second order.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Methods for solving nonhomogeneous linear differential equations of second order: variation of constants, methods of unknown coefficients.</li> </ul> <p>5. Examples from physics and engineering.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mass-spring systems. Forced oscillations. Resonance. Euler-Cauchy equations.</li> </ul> <p>6. Solving special simple systems of linear differential equations by solving an associate linear differential equation of second order.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Application of Laplace transform for solving systems of linear differential equations. Applications on examples from physics.</li> </ul> <p>Linearna algebra; vectors and matrices:</p> <p>7. Coordinate system in Euclidean space (Cartesian, polar, spherical, natural coordinates).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definition of vectors. Basic operations in coordinate and noncoordinate form.</li> </ul> <p>8. Standard orthonormed basis.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Linear independence of vectors and basis of space. Scalar and vector product. Basic properties of the products. Physical meaning of the products and applications for calculation of angles, torque, volumes.</li> </ul> <p>9. Mixed product, determinants of order 3, volumes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Double vector product. Equations of planes and lines in the Euclidean space.</li> </ul> <p>10. Applications of these equations for calculation of lengths between geometrical objects (length between a point and a line, between a point and a plane, between two lines) and for solving other geometric assignments.</p> <p>11. Matrices and basic operations</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sumation of matrices, multiplication with a scalar, multiplication of matrices. Determinants. Basic properties of determinants.</li> </ul> <p>12. Invertible matrices.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Characterization of invertible matrices. Solving matrix equations. Systems of linear equations. Linear systems written in the form of a matrix equation.</li> </ul> <p>13. Gauss algorithm.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analysis of solvability of linear systems. Gauss Jordan algorithm. Cramer rule.</li> </ul> <p>14. Eigenvectors and eigenvalues of matrices.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Method of calculation of eigenvalues and eigenvectors.</li> </ul> <p>Linear systems of differential equations of order 1</p> <p>15. Linear systems of differential equations as models in engineering.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- General solution. Method of eigenvalues and eigenvectors for homogeneous systems of order 1 with constant coefficients. Particular system of nonhomogeneous system.</li> </ul>
---	---

--	--

### Temeljna literatura in viri/Readings:

1. ŽEROVNIK, Janez. Matematika Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2014.
2. ŽEROVNIK, Janez. Tehniška matematika 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2010.
3. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015.
4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019
5. ŽEROVNIK, Janez, BANIČ, Iztok, HRASTNIK LADINEK, Irena, ŠPACAPAN, Simon. Zbirka rešenih nalog iz tehniške matematike. 4. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2011.
6. E. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, Wiley, 9th Edition, 2006
7. PEPERKO, Aljoša, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. Matematika 3 : naloge in postopki reševanja. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 201 184 str.,
8. Vidav, Višja matematika I, II, III, Ljubljana 1976
9. MIZORI-OBLAK, Pavlina. Matematika za študente tehnike in naravoslovja. Del 2. 6. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 1997.

### Cilji in kompetence:

#### Cilji:

1. Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre.
2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov

#### Kompetence:

1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)
2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

### Objectives and competences:

#### Objectives:

1. Students learn theoretical basis the of linear algebra and ordinary differential equations.
2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.

#### Competences:

1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge linear algebra and ordinary differential equations for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)
2. The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

### Predvideni študijski rezultati:

#### Znanja:

- Obvladajo osnovne metode iz področij področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre (Z1).
- Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).

#### Sprenosti:

- Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega

### Intended learning outcomes:

#### Knowledge:

- Mastering the basic methods of ordinary differential equations and linear algebra (Z1).
- Understanding mathematical models of some problems from physics and some technical problems (Z1).

#### Skills:

- The skill of independent mathematical exact

modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4). <ul style="list-style-type: none"> <li>Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>	modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4). <ul style="list-style-type: none"> <li>Solid analytic skill of thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>
--	---

#### Metode poučevanja in učenja:

#### Learning and teaching methods:

P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.  P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.  P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepí z računskimi primeri.  P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici	P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.  P2 Presenting the content according to the explained system.  P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.  P12 Individualised homeworks in a web classroom.
--	--

#### Načini ocenjevanja:

#### Delež/Weight

#### Assessment:

Ocena vaj: domače naloge, sprotno preverjanje.	50,00 %	Homeworks, formative assesment.
Izpit (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	50,00 %	Exam (partial exams or final exam).

#### Reference nosilca/Lecturer's references:

Janez Žerovnik:

- SHAO, Zehui, LI, Zepeng, PEPERKO, Aljoša, WAN, Jiafu, **ŽEROVNIK, Janez**. Independent rainbow domination of graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, ISSN 0126-6705, March 2019, vol. 42, iss. 2, str. 417-435.
- VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. A stochastic model for better planning of product flow in retail supply chains. *The Journal of the Operational Research Society*, ISSN 0160-5682, 2019, vol. 70, iss. 11, str. 1900-1914.
- NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The Hosoya polynomial of double weighted graphs. *Ars mathematica contemporanea*, ISSN 1855-3966. [Tiskana izd.], 2018, vol. 15, nr. 2, str. 441-466.
- VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. Coordination of a retail supply chain distribution flow. *Tehnički vjesnik : znanstveno-stručni časopis tehničkih fakulteta Sveučilišta u Osijeku*, ISSN 1330-3651, Sept./Oct. 2018, god.=Vol. 25, br.=no. 5, str. 1298-1305.
- ČEVNIK, Maja, **ŽEROVNIK, Janez**. Broadcasting on cactus graphs. *Journal of combinatorial optimization*, ISSN 1382-6905, Jan. 2017, vol. 33, iss. 1, str. 292-316.

Aljoša Peperko:

- PEPERKO, Aljoša**. Uniform boundedness principle for nonlinear operators on cones of functions. *Journal of Function Spaces (Print)*, ISSN 2314-8896, 2018, vol. 2018, str. 1-5.
- MÜLLER, Vladimir, **PEPERKO, Aljoša**. On the spectrum in max algebra. *Linear Algebra and its Applications*, ISSN 0024-3795. [Print ed.], 2015, vol. 485, str. 250-266.
- DRNOVŠEK, Roman, **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities for the Hadamard weighted geometric mean of positive kernel operators on Banach function spaces. *Positivity*, ISSN 1385-1292, 2006, vol. 10, no. 4, str. 613-626.
- PEPERKO, Aljoša**, ŠTER, Janez. Pitagorov izrek. Presek : list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje, ISSN 0351-6652, 2015/2016, letn. 43, št. 6, str. 4-6, ilustr. [COBISS.SI-ID [17710937](#)]
- NOVAK, Tina, **PEPERKO, Aljoša**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019. 221 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-56-2. [COBISS.SI-ID [298792960](#)]

Boštjan Gabrovšek

1. SUN, Jijiang, LI, Lin, CENCELJ, Matija, **GABROVŠEK, Boštjan**. Infinitely many sign-changing solutions for Kirchhoff type problems in  $\mathbb{R}^3$ . Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications, ISSN 0362-546X. [Print ed.], Sep. 2019, vol. 186, str. 33-54
2. HORVAT, Eva, **GABROVŠEK, Boštjan**. The Alexander polynomial of links in lens spaces. Journal of knot theory and its ramifications, ISSN 0218-2165, July 2019, vol. 28, no. 8, str. 1-28.
3. **GABROVŠEK, Boštjan**, MROCZKOWSKI, Maciej. Knots in the solid torus up to 6 crossings. Journal of knot theory and its ramifications, ISSN 0218-2165, 2012, vol. 21, no. 11, str. 1250106-1 - 1250106-4
4. **GABROVŠEK, Boštjan**, NOVAK, Tina, POVH, Janez, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ŽEROVNIK, Janez. Five heuristics for the k-matching problem. V: ZADNIK STIRN, Lidija (ur.), et al. SOR '19 proceedings. Ljubljana: Slovenian Society Informatika, Section for Operational Research. 2019, str. 101-106, [1.08 Objavljeni znanstveni prispevek na konferenci]